

Időfüggő kvantumos szórási folyamatok

Szabó Lóránt Zsolt

SZTE Elméleti Fizikai Tanszék

Témavezetők:

Dr. Czirják Attila

tud. munkatárs, c. egyetemi docens

Dr. Földi Péter

egyetemi docens

Elméleti Fizika Szeminárium, 2015. december 17.

1 Bevezetés

- Floquet-elmélet

2 Relativisztikus elektrontranszport oszcilláló potenciálgaon

- Motiváció, célkitűzés
- Transzmissziós valószínűségek
- Fano-típusú rezonanciák
- A folyamat téridőfüggése

3 Lézer által segített elektronszórás nanogömbön

- Motiváció, célkitűzés
- Gömbi Volkov-állapotok
- P^m kernelfüggvények
- Sűrűségfüggvény gyenge tér közelítésben
- Differenciális szórási hatáskeresztmetszetek

4 Összefoglalás

Floquet-tétel

Ha az $A(t)$ négyzetes mátrix τ periodikus és $\Phi(t)$ fundamentális megoldása az $\dot{x} = A(t)x$ lineáris periodikus rendszernek, akkor $\Phi(t)$ is ugyanúgy periodikus, továbbá létezik $P(t)$ négyzetes τ periodikus mátrix úgy, hogy $\Phi(t) = P(t) \exp(Bt)$, ahol B is négyzetes mátrix.

■ Periodikus Hamilton operátor: $\hat{H}(t) = \hat{H}(t + \tau)$

■ Hullámfüggvény:

$$\Psi(X, t) = e^{-iE_F t/\hbar} F(X, t), \quad F(X, t) = F(X, t + \tau)$$

$$\Psi(X, t) = e^{-iE_F t/\hbar} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-in\omega t} F_n(X)$$

Motiváció, célkitűzés

SiC szubsztráton epitaxiálisan növesztett grafénminták $\Delta = 0.26\text{eV}$ tiltott sávval rendelkeznek, amely elválasztja a Dirac-egyenlet pozitív és negatív energiás sajátállapotokat.^a Ekkor a diszperziós reláció a masszív relativisztikus Dirac-részecskéjéhez hasonló.

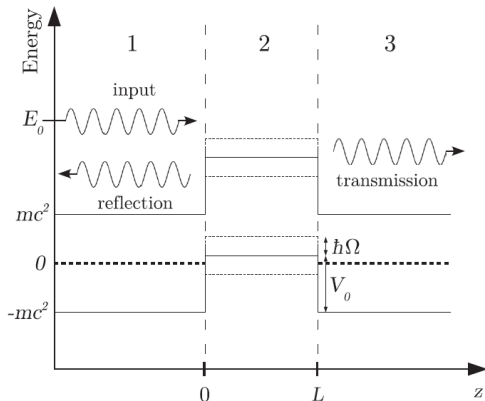
^aS. Y. Zhou et al., Nature Materials **6**, 770 (2007)

E tiltott sávot egy konstans + oszcilláló potenciállal befolyásoljuk^a

^aL. Zs. Szabó et al., Physycal Review B **88**, 075438 (2013)

Oscilláló potenciálgát - relativisztikus modell

$$\psi_{\text{in}}(z, t) = e^{ik_0 z - i \frac{E_0}{\hbar} t} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{c \hbar k_0}{E_0 + mc^2} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \hbar k_0 = \pm \frac{\sqrt{E_0^2 - m^2 c^4}}{c}$$



Dirac-egyenlet megoldása a $0 < z < L$ tartományban

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(z, t) = \left[c\alpha_3 \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial z} \right) + \beta mc^2 + V_0 + \hbar\Omega \cos \nu t \right] \psi(z, t)$$

Megoldások

$$\varphi^\pm(z, t) = e^{ikz} u^\pm(k) \exp \left[-i \left(\frac{\mathcal{E}^\pm(k)t}{\hbar} + \frac{\Omega}{\nu} \sin \nu t \right) \right]$$

$$u^+(k) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{c\hbar k}{\mathcal{E}^+(k) - V_0 + mc^2} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad u^-(k) = \begin{pmatrix} \frac{c\hbar k}{\mathcal{E}^-(k) - V_0 - mc^2} \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{E}^\pm(k) = \pm \sqrt{m^2 c^4 + \hbar^2 k^2 c^2} + V_0$$

Floquet-féle alak

$$\varphi^{\pm}(z, t) = e^{ikz} u^{\pm}(k) \exp \left[-i \left(\frac{\mathcal{E}^{\pm}(k)t}{\hbar} + \frac{\Omega}{\nu} \sin \nu t \right) \right]$$

Jacobi-Anger azonosság

$$e^{-i\frac{\Omega}{\nu} \sin \nu t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n\left(\frac{\Omega}{\nu}\right) e^{-in\nu t}$$

Megjelenő frekvenciák: $\frac{\mathcal{E}^{\pm}(k)}{\hbar} + n\nu$

Fix E_0 energia esetén: $\mathcal{E}^{\pm}(k) = E_0$

$$\omega_n = \frac{E_n}{\hbar} = \frac{E_0}{\hbar} + n\nu$$

Hullámfüggvények

$$\mathcal{E}^{\pm}(k) = E_0, \quad k_n = \sqrt{\frac{E_n^2 - m^2 c^4}{\hbar^2 c^2}}, \quad k'_n = \sqrt{\frac{(E_n - V_0)^2 - m^2 c^4}{\hbar^2 c^2}}$$

1-es és 3-as tartomány hullámfüggvénye

$$\Psi_1(z, t) = \psi_{\text{in}}(z, t) + \sum_{\omega_n > 0} r_n e^{-ik_n z} u^+(-k_n) e^{-i\omega_n t} + \Psi_{1r-}(z, t)$$

$$\Psi_3(z, t) = \sum_{\omega_n > 0} t_n e^{ik_n z} u^+(k_n) e^{-i\omega_n t} + \Psi_{3-}(z, t)$$

2-es tartomány hullámfüggvénye

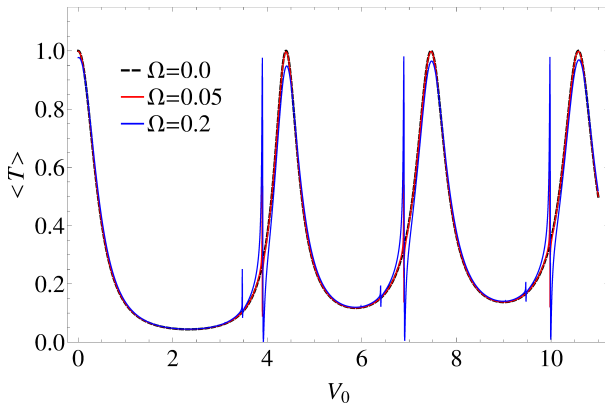
$$\Psi_2(z, t) = \Psi_2^+(z, t) + \Psi_2^-(z, t),$$

$$\begin{aligned} \Psi_2^+(z, t) &= \sum_{\omega_n > 0} \sum_m J_m \left(\frac{\Omega}{\nu} \right) e^{-i\omega_{n+m} t} \\ &\quad \times \left[a_n e^{ik'_n z} u^+(k'_n) + b_n e^{-ik'_n z} u^+(-k'_n) \right] \end{aligned}$$

Időre átlagolt transzmissziós valószínűség

$$\langle T \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T T(t) dt$$

$$E_0 = 1.1mc^2, \nu = 0.2, L = 1 \text{ [a.u.]}$$



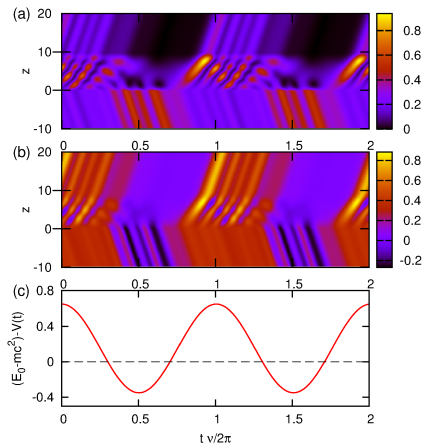
Fano-típusú rezonanciák

Ilyen csúcsokat már figyeltek meg korábban nemrelativisztikus oszcilláló potenciálgödör esetén. Ezek az ún. Fano-típusú rezonanciák.

Rugalmatlan szórási folyamat: a bejövő részecske energiája lecsökken $\hbar\nu$ egész számú többszörösével, és a potenciál kötött állapota populálódik.

A folyamat téridőfüggése

$$E_0 = 3mc^2, L = 10, V_0 = 1.85mc^2 \text{ és } \Omega = 0.5$$

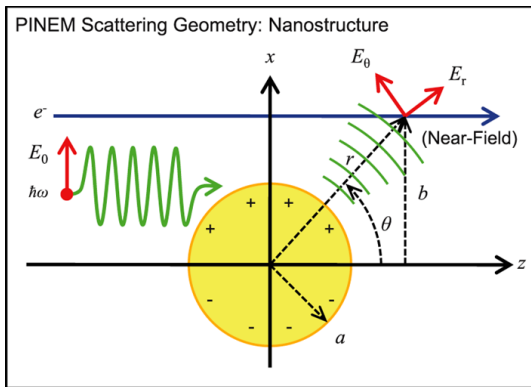


Lézer által segített elektronszórás nanögömbön

Motiváció, célkitűzés

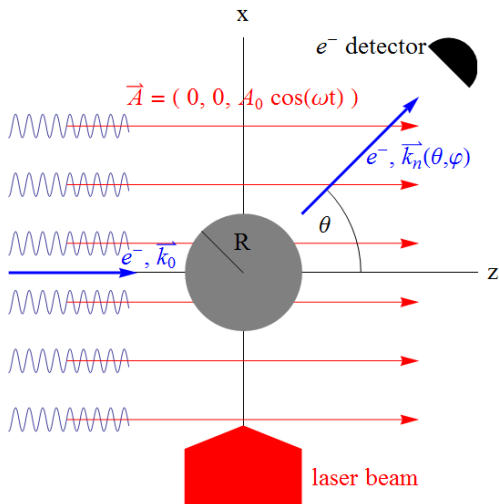
A. Zewail úttörő munkássága: 4D képalkotás, ultragyors elektron-mikroszkópia, foton-indukált közeli tér elektronmikroszkópia^a

^aS. T. Park et al., New J. Phys. 12 (12), 123028 (2010)



Elektronszórás "kemény gömb"-ön lézertér jelenlétében

$$\psi_{\text{inc}} = \exp\{i [\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r} - k_0 \cos \theta_0 a \sin \omega t] - i\omega_0 t\}$$



Schrödinger-egyenlet megoldása

$$\left[\frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2M} + \frac{e}{Mc} \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{p}} \right] \psi = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi$$

Kramers-Henneberger transzformáció

$$\psi = \exp[-a \sin \omega t \nabla_z] \Phi(x, y, z; t)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \nabla^2 \Phi = i\hbar \frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

Laboratóriumi koordináta-rendszer

$$\psi = \Phi(x, y, z - a \sin \omega t; t), \quad a = eA_0 / M\omega c$$

Hullámfüggvények

Bejövő hullám: Gordon-Volkov állapot

$$\psi_{\text{inc}} = \exp\{i[\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r} - k_0 \cos \theta_0 a \sin \omega t] - i\omega_0 t\}$$

Szórt hullámok: kifelé haladó gömbi Gordon-Volkov állapotok

$$\begin{aligned} \psi_{\text{scatt}} = & \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \sum_{n=-\infty}^{\infty} A(n, l, m) h_l^{(1)}[k_n r(t)] P_l^m[\cos \theta(t)] \\ & \times \exp(im\varphi) \exp[-i(\omega_0 + n\omega)t] \end{aligned}$$

$$r(t) = \sqrt{r^2 - 2r\alpha(t) \cos \theta + \alpha(t)^2}, \quad \alpha(t) = a \sin \omega t,$$

$$\cos \theta(t) = \frac{r \cos \theta - \alpha(t)}{\sqrt{r^2 - 2r\alpha(t) \cos \theta + \alpha(t)^2}}, \quad a = \frac{eA_0}{M\omega c}$$

Hullámfüggvény illesztése

$$[\psi(r, \theta, \varphi, t) = \psi_{\text{inc}} + \psi_{\text{scatt}}]_{r=R} = 0, \quad \forall \theta, \varphi, t$$

$$\begin{aligned} \psi_{\text{inc}} = & \sum_{n,l,m} J_n(k_0 a \cos \theta_0) i^l (2l+1) \frac{(l-m)!}{(l+m)!} j_l(k_0 r) \\ & \times P_l^m(\cos \theta_0) P_l^m(\cos \theta) \exp[im(\varphi - \varphi_0)] \exp(-i\omega_n t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi_{\text{scatt}} = & \sum_{n',l',m'} \sum_{n'',l''} i^{l'-l''} (2l''+1) A(n', l', m') P^{m'}(l', l''; n' | k_{n'} a) \\ & \times h_{l''}^{(1)}[k_{n'} r] P_{l''}^{m'}[\cos \theta] \exp(im'\varphi) \exp\{-i[\omega_0 + (n' + n'')\omega] t\} \end{aligned}$$

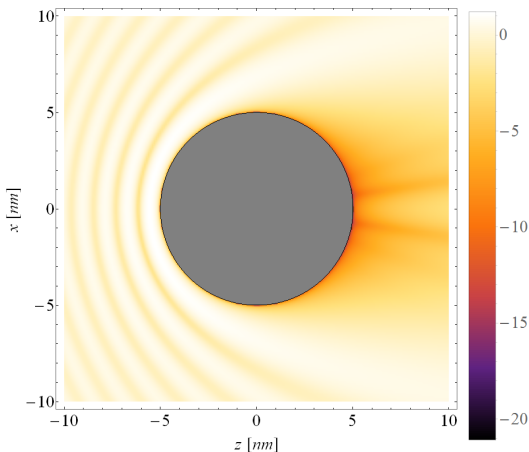
P^m szimbólumok egzaktul megadhatók

$$P^m(l, l'; s | k_n a) \equiv \frac{1}{2} \frac{(l' - m)!}{(l' + m)!} \int_{-1}^1 P_l^m(x) P_{l'}^m(x) J_s(-k_n a x) dx$$

- $P_l^m(x) P_j^q(x) = \sum_{\substack{k=\max(|m+q|, |l-j|) \\ [l+k+j: \text{even}]}}^{l+j} Q_{lmjq}^k P_k^{|m+q|}(x)$
- $P_l^m(x) = (-1)^m (1 - x^2)^{m/2} \sum_{k=0}^l \binom{l}{k} \binom{\frac{l+k-1}{2}}{l} \frac{2^l k! x^{k-m}}{(k-m)!}$
- $x^k J_s(-k_n a x)$ integrálja $\Rightarrow {}_1\tilde{F}_2 = \frac{{}_1F_2(a_1; b_1, b_2, z)}{\Gamma(b_1)\Gamma(b_2)}$

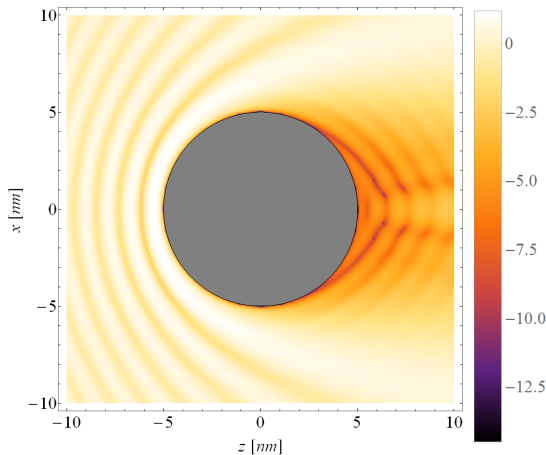
Valószínűségi sűrűségfüggvény logaritmusa külső tér nélkül

$$E_0 = 0.25 \text{ eV}, R = 5 \text{ nm}$$



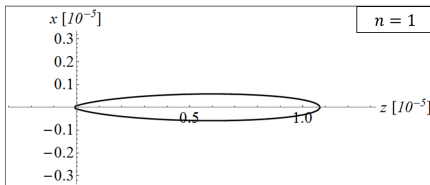
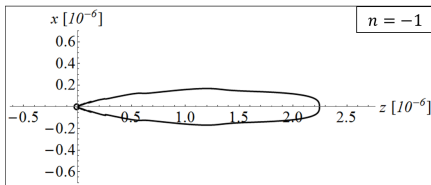
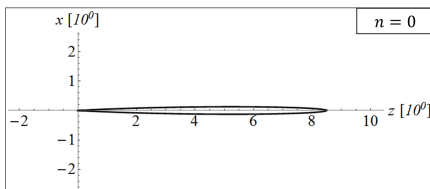
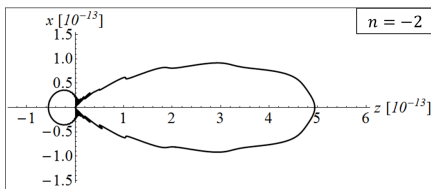
Valószínűségi sűrűségfüggvény logaritmusa külső térrel

$$E_0 = 0.25 \text{ eV}, R = 5 \text{ nm}, \hbar\omega = 1.5 \text{ eV}$$



Totális differenciális hatáskeresztmetszet θ szögeloszlása

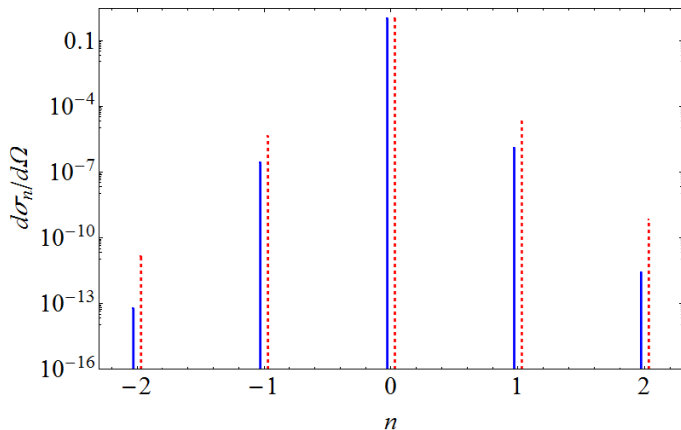
$$E_0 = 4\text{eV}, \hbar\omega = 1.5\text{eV}, \mathcal{F}_0 = 2.5711 \times 10^7 \text{ V/m}$$



Totális differenciális hatáskeresztmetszet

Szórt elektron energiája: $E_n = E_0 + n\hbar\omega$

$E_0 = 4\text{eV}$, $\hbar\omega = 1.5\text{eV}$, $\mathcal{F}_0 = 1.0284 \times 10^7 \text{ V/m}$ és $2.5711 \times 10^7 \text{ V/m}$



Köszönöm a figyelmet!

Szeretném köszönetemet kifejezni Benedict Mihálynak, Czirják Attilának, Földi Péternek és Varró Sándornak.